Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Механико-математический факультет

XIX Международная конференция студентов,

аспирантов и молодых учёных «Ломоносов»

#

ТЕЗИСЫ

Докладов

Секция «Математика и механика»

Подсекция «Математика»

Кафедра высшей геометрии и топологии

Лаборатория геометрических методов

математической физики

МОСКВА - 2012

ПРОГРАММА КОНФЕРЕНЦИИ

Фамилия	**Название доклада**	**Время**
Понедельник, 9 апреля, ауд. 16-10		
Нилов Ф. К.	Триангуляция поверхностей окружностями	16:45-17:05
Вторник, 10 апреля, ауд. 16-08		
Асташов Е. А.	Об алгебраических кривых фиксированной степени с особенностями заданного типа	16:45-17:05
Шнурников И. Н.	О числе областей, образованных наборами замкнутых геодезических на плоских поверхностях	17:10-17:30
Неустроев Р. Н.	Представление классических ортогональных систем координат на плоскости квадратичными формами и характеризация эллиптических координат	17:35-17:55
Бибиков П. В.	Классификация рациональных гамильтонианов в симплектических пространствах	18:00-18:20
Козлов И. К.	Бифуркационная диаграмма для интегрируемого случая Ковалевской на алгебре Ли so(4)	18:30-18:50
Царев С. Ю.	Геометрические аспекты деформации умножения на целочисленных решетках	18:55-19:15
Корчагин А. И.	RFD-свойство для амальгам коммутативных C*-алгебр	19:20-19:40
Котельский А. В.	Топология гамильтоново-минимальных лагранжевых подмногообразий	19:45-20:05
Бурангулов П. А.	Исследование фукции Грина 2-мерной эллиптической дискретизации оператора Шредингера	20:10-20:30
Среда, 11 апреля, ауд. 14-02		
Разумовский Р. В.	Некоторые классы расслоенных узлов	18:30-18:50

Секция «Математика и механика»

Триангуляция поверхностей окружностями

Нилов Ф.К.[1]***, Скопенков М.Б.***[2]
1 - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, 2 - ИППИ РАН, KAUST, Москва, Россия
E-mail: nilovfk@mail.ru

Имея в виду потенциальные приложения в архитектуре, мы изучаем триангуляции поверхностей дугами окружностей. Наша цель — описать все такие триангуляции, а более точно, *все ткани из окружностей на поверхностях в трехмерном пространстве.* Мы называем *тканью* три семейства гладких кривых на поверхности, которые локально диффеоморфны трем семействам прямых $x = const$, $y = const$ и $x + y = const$ на плоскости Oxy.

В частном случае, когда рассматриваемая поверхность — плоскость, это известная открытая проблема, поставленная В. Бляшке в 1920-х. Примеры тканей из окружностей на плоскости были построены Х. Графом–Р. Зауэром, О. Фолком, К. Штрубекером, В. Вундерлихом, А. Шелеховым, В. Лазаревой, Х. Эрдоганом. В частном случае классификация таких тканей была получена А. Шелеховым.

В докладе будут классифицированы ткани из окружностей на всех *циклидах Дарбу* — некоторого класса поверхностей степени не выше 4 — за исключением сферы и плоскости. Кроме того, будет доказано, что если через любую точку поверхности проходит 4 окружности, то эта поверхность — циклида Дабру.

Предположительно, нет других поверхностей, кроме циклид Дабру, через каждую точку которых проходило бы 3 окружности (что есть необходимое условие для наличия ткани из окружностей).

Авторы частично поддержаны грантом Президента Российской Федерации МК-3965.2012.1. Второй автор частично поддержан Фондом ’Династия’.

Иллюстрации

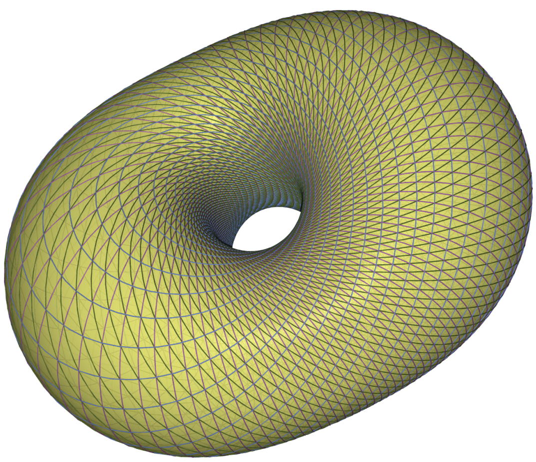

Рис. 1: Пример ткани из окружностей на циклиде

Секция «Математика и механика»

Об алгебраических кривых фиксированной степени с особенностями заданного типа

Асташов Евгений Александрович
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: ast-ea@yandex.ru

Определение 1 *Пусть $f\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ — непрерывная функция. Поверхность $\{f = 0\}$ в $\mathbb{C}^n$ имеет в точке $a \in \mathbb{C}^n$* ***особенность типа*** $\mathcal{A}_k$*, если в некоторой окрестности этой точки существует локальная система координат $x_1, \ldots, x_n$, в которой функция имеет вид*

$$f(x_1, \ldots, x_n) = x_1^{k+1} + x_2^2 + \ldots + x_n^2.$$

Замечание 1 Тип особенности поверхности поверхности в данной точке определяется однозначно (см. [1]).

Рассматривается следующая задача. Пусть $P \in \mathbb{C}[x, y]$ — многочлен от двух переменных с комплексными коэффициентами фиксированной степени $\deg P = d$. Каков максимальный порядок $k = k(d)$ особенности типа $\mathcal{A}_k$, которую может иметь кривая $\{P(x, y) = 0\} \subset \mathbb{C}^2$?

Частичный ответ на этот вопрос имеется в работе [2]. В ней доказаны следующие две теоремы.

Теорема 1 *Пусть $k(d)$ — максимальное из натуральных чисел k, для которых существует плоская кривая степени dс особенностью типа $\mathcal{A}_k$. Тогда*

$$k(d) \le (d-1)^2 - \left[\frac{d}{2}\right] \cdot \left(\left[\frac{d}{2}\right] - 1\right).$$

Теорема 2 *Для любого $s \in \mathbb{Z}_{\ge 0}$ существует плоская кривая степени $28s + 9$ с особенностью типа $\mathcal{A}_k$, где $k = 420s^2 + 269s + 42$.*

Теоремы 1 и 2 дают, соответственно, верхнюю и нижнюю оценку величины $k(d)$ при больших d, а именно:

Следствие 1

$$\varlimsup_{d\to\infty} \frac{k(d)}{d^2} \le \frac{3}{4}.$$

Следствие 2

$$\varliminf_{d\to\infty} \frac{k(d)}{d^2} \ge \frac{15}{28}.$$

Мы усилим результат следствия 2, доказав следующее утверждение:

Теорема 3

$$\varliminf_{d\to\infty} \frac{k(d)}{d^2} \geq \frac{112}{209} > \frac{15}{28}.$$

Кроме того, будет указан общий метод, при помощи которого были доказаны теоремы 2 и 3 и который может быть использован для дальнейшего улучшения их результатов. Имеется следующая

Гипотеза 1

$$\varliminf_{d\to\infty} \frac{k(d)}{d^2} \geq 4 - 2\sqrt{3}.$$

Литература

1. Арнольд В. И., Варченко А. Н., Гусейн-Заде С. М. Особенности дифференцируемых отображений, т. 2. М.: Наука, 1983.

2. Гусейн-Заде С. М., Нехорошев Н. Н. Об особенностях типа $\mathcal{A}_k$ на плоских кривых фиксированной степени. // Функциональный анализ и его приложения., т. 34, вып. 3. М., 2000. С. 69-70.

Секция «Математика и механика»

О числе областей, образованных наборами замкнутых геодезических на плоских поверхностях.

Шнурников Игорь Николаевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: shnurnikov@yandex.ru

Пусть замкнутое связное двумерное риманово многообразие M^2 имеет постоянную гауссову кривизну и набор Γ состоит из n различных замкнутых геодезических на M^2. Обозначим через $f(\Gamma)$ число компонент связности дополнения в многообразии M^2 к объединению геодезических из набора Γ. Как устроено множество $F(M^2, n)$ всех возможных чисел $f(\Gamma)$ для фиксированных многообразия M^2 и числа геодезических n? Впервые этот вопрос поставил Б. Грюнбаум [1] для прямых на вещественной проективной плоскости $\mathbb{RP}^2$. Н. Мартинов [2] полностью нашел множество $F(\mathbb{RP}^2, n)$, которое содержит почти все целые числа отрезка $\left(n; 1 + \frac{n(n-1)}{2}\right)$ при $n \to \infty$. При $n \geq 3$ оставшиеся числа представляют собой объединение $\left[\sqrt{2n - 5\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\right]$ лакун, причем лакуна номер i состоит из $n - \frac{i^2+i}{2} - 2$ целых чисел.

В отличие от проективной плоскости $\mathbb{RP}^2$, для тора T^2 и бутылки Клейна KL^2 с евклидовыми метриками множества $F(T^2, n)$ и $F(KL^2, n)$ являются бесконечными множествами, содержащими одну лакуну при $n \geq 6$ и $n \geq 7$ соответственно.

Теорема. *Для тора T^2 и бутылки Клейна KL^2 с евклидовыми метриками верно $F(T^2, 1) = \{1\}$ и $F(KL^2, 1) = \mathbb{N}$. Множества $F(T^2, n)$ и $F(KL^2, n)$ при $n \geq 2$ имеют следующий вид:*

$$F(T^2, n) = \{n-1, n\} \bigcup \{l \in \mathbb{N} \mid l \geqslant 2n - 4\}, \qquad F(KL^2, n) = F(T^2, n) \bigcup \{n+1\}.$$

Тетраэдр в трехмерном евклидовом пространстве называется *равногранным*, если все его грани суть равные треугольники (любые остроугольные треугольники). Среди всех трехмерных многогранников поверхность равногранных тетраэдров и только их содержит бесконечное число неизоморфных (позвенно непараллельных) замкнутых несамопересекающихся геодезических [3]. Замкнутые геодезические на равногранных тетраэдрах были классифицированы в [4].

Теорема. *Для произвольного равногранного тетраэдра и набора из n замкнутых геодезических на нем множество всех возможных чисел областей f имеет вид*

$$\{n+1, 2n\} \cup \{m \in \mathbb{N} \mid m \geq 4n - 6\}$$

при $n \geq 3$. Для $n = 1$ и $n = 2$ соответствующие множества — $\{1\}$ и $\{3, 4, 6, 8, 10, \dots\}$.

Литература

1. Grunbaum B. Arrangements and spreads. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1972.

2. Martinov N. Classification of arrangements by the number of their cells// Discrete and Comput. Geometry, 1993. V. 9, iss. 1. pp. 39–46.
3. Протасов В.Ю. О числе замкнутых геодезических на многограннике // УМН, т.63, вып. 5, 2008, 197–198
4. Протасов В.Ю. Замкнутые геодезические на поверхности симплекса // Матем. сб. 198:2, 2007, 103–120.

Слова благодарности

Благодарен научному руководителю А.Т. Фоменко за постановку задачи и В.Ю. Протасову за ценные обсуждения.

Секция «Математика и механика»

Представление классических ортогональных криволинейных систем координат на плоскости квадратичными формами и характеризация эллиптических координат

Неустроев Роберт Николаевич

Студент

ФГАОУ ВПО Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия

E-mail: rebok@inbox.ru

В статье [1] изучался предельный случай конструкции Кричевера [2] построения ортогональных криволинейных системы координат — на сингулярных спектральных кривых. В работе [1] были найдены спектральные кривые в явном виде, отвечающие декартовой, полярной, параболической и другим системам координат. Для эллиптической системы координат спектральные кривые не были найдены. В этой работе доказана следующая теорема, характеризующая эллиптические координаты.

Теорема 1. Декартову систему координат на плоскости при x, $y > 0$, полярную систему координат и параболическую систему координат на плоскости при $x > 0$ можно задать с помощью квадратичных форм

$$x = \begin{pmatrix} e^{\lambda u^1+\mu u^2} e^{\rho u^1+\sigma u^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & c_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\lambda u^1+\mu u^2} \\ e^{\rho u^1+\sigma u^2} \end{pmatrix},$$

$$y = \begin{pmatrix} e^{\lambda u^1+\mu u^2} e^{\rho u^1+\sigma u^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ b_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\lambda u^1+\mu u^2} \\ e^{\rho u^1+\sigma u^2} \end{pmatrix}.$$

Необходимым и достаточным условием ортогональности выписанных криволинейных координат является равенство

$$\begin{aligned} &\Big(a_1 e^{2u^1\lambda+2u^2\beta}\lambda + c_1 e^{2u^1\gamma+2u^2\delta}\gamma + b_1 e^{u^1(\lambda+\gamma)+u^2(\beta+\delta)}(\lambda+\gamma)\Big)\times \\ &\times\Big(a_1 e^{2u^1\lambda+2u^2\beta}\beta + c_1 e^{2u^1\gamma+2u^2\delta}\delta + b_1 e^{u^1(\lambda+\gamma)+u^2(\beta+\delta)}(\beta+\delta)\Big)+ \\ &\Big(a_2 e^{2u^1\lambda+2u^2\beta}\lambda + c_2 e^{2u^1\gamma+2u^2\delta}\gamma + b_2 e^{u^1(\lambda+\gamma)+u^2(\beta+\delta)}(\lambda+\gamma)\Big)\times \\ &\times\Big(a_2 e^{2u^1\lambda+2u^2\beta}\beta + c_2 e^{2u^1\gamma+2u^2\delta}\delta + b_2 e^{u^1(\lambda+\gamma)+u^2(\beta+\delta)}(\beta+\delta)\Big) = 0, \end{aligned}$$

которое должно быть выполнено для всех (u^1, u^2).

Эллиптическая система координат на плоскости не допускает представление (1-2) с помощью приведенной квадратичной формы.

Литература

1. Миронов А.Е., Тайманов И.А. Ортогональные криволинейные системы координат, отвечающие спектральным кривым // Труды математического института им. В.А.Стеклова. 2006. Т. 255. С. 180-196.

2. Кричевер И.М. Алгебро-геометрические n-ортогональные криволинейные системы координат и решения уравнений ассоциативности // Функц. анализ и его приложения. 1997. No. 31. Т.1. С. 32-50.

Секция «Математика и механика»

Классификация рациональных гамильтонианов в симплектических пространствах

Бибиков Павел Витальевич
Аспирант
Институт проблем управления им. Трапезникова РАН, лаборатория 6, Москва, Россия
E-mail: tsdtp4u@proc.ru

Пусть $\mathbb{C}^{2n}$ — симплектическое пространство с координатами (q, p) и симплектической структурой Ω. Рассмотрим следующее действие группы $G := \mathrm{Sp}(2n) \times (\mathrm{Trans} \times \mathrm{T})$ на пространстве гамильтонианов, рационально зависящих от координат q и p: симплектическая группа $\mathrm{Sp}(2n)$ действует симплектическими заменами координат, подгруппа $\mathrm{Trans} \simeq \mathbb{C}^{2n}$ действует параллельными переносами на пространстве $\mathbb{C}^{2n}$, а подгруппа $\mathrm{T} \simeq \mathbb{C}$ действует сдвигами функций: $H \mapsto H + c$, где $c \in \mathrm{T}$.

Целью данной работы является классификация G-орбит рациональных гамильтонианов на симплектическом $2n$-мерном пространстве. Отметим, что случай $n = 1$ был решен в [1].

Для решения проблемы классификации гамильтонианов мы применим метод, изложенный в [2]. Рассмотрим стандартную связность Γ на пространстве $\mathbb{C}^{2n}$ и модуль Σ симметрических функций на пространстве кокасательного расслоения к $\mathbb{C}^{2n}$. Определим симметрический дифференциал $d^s_\Gamma := \mathrm{Sym} \circ d_\Gamma \colon \Sigma \to \Sigma$ по этой связности и его поднятие $\widehat{d^s_\Gamma}$ в пространства джетов (все необходимые определения, связанные с пространствами джетов, см. в [3]).

Предложение. *Горизонтальные k-формы $Q_1 := \widehat{du}$, $Q_k := \widehat{d^s_\Gamma} Q_{k-1}$ (где $k \geqslant 2$) на пространствах k-джетов являются G-инвариантными.*

С помощью этих k-форм и симплектической структуры Ω построим инвариантные дифференцирования и дифференциальные инварианты. Для этого с помощью Ω превратим 1-форму Q_1 в вектор ∇_1 (являющийся инвариантным дифференцированием) и 2-форму Q_2 в линейный оператор $\mathcal{D}$ (являющийся G-инвариантным). Пусть $\nabla_i := \mathcal{D}^{i-1}\nabla_1$ (где $i = 2, \ldots, 2n$) и $K_{ij} := Q_2(\nabla_i, \nabla_j)$ (где $i \leqslant j$) — коэффициенты квадрики Q_2 в «инвариантном базисе» $\{\nabla_1^*, \ldots, \nabla_{2n}^*\}$.

Замечание. Под дифференциальным инвариантом мы понимаем G-инвариантную рациональную функцию на пространстве джетов.

Теорема 1. *Поле дифференциальных инвариантов действия группы G на пространстве гамильтонианов порождается дифференциальными инвариантами K_{ij} порядка 2 и инвариантными дифференцированиями $\nabla_1, \ldots, \nabla_{2n}$.*

Из этой теоремы получается описание G-орбит рациональных гамильтонианов. Для этого рассмотрим дифференциальные инварианты K_{ij}, $\nabla_l(K_{ij})$ порядка 3 и их ограничения на заданный гамильтониан H. Эти ограничения являются рациональными функциями от $2n$ переменных (q, p). Обозначим через $\mathcal{S}_H$ множество алгебраических зависимостей между этими функциями.

Теорема 2. *Рациональные гамильтонианы H и $\widetilde{H}$ являются G-эквивалентными если и только если $\mathcal{S}_H = \mathcal{S}_{\widetilde{H}}$.*

Литература

1. Bibikov P.V. *On affine classification of functions and foliations on the plane* // Lobahevskii Journal of Mathematics. 2012. Vol. 33. No. 2, to appear.

2. Бибиков П.В., Лычагин В.В. *Классификация линейных действий алгебраических групп на пространствах однородных форм* // ДАН. 2012. Т. 442. Вып. 6, 732–735.

3. Алексеевский Д.В., Виноградов А.М., Лычагин В.В. *Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии.* Москва, ВИНИТИ, т.28, 1988.

Слова благодарности

Автор благодарит В.В. Лычагина за внимание к работе и ценные замечания.

Секция «Математика и механика»

Бифуркационная диаграмма для интегрируемого случая Ковалевской на алгебре Ли so(4).

Козлов Иван Константинович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dfkozlov@gmail.com

Доклад посвящен топологическому анализу интегрируемой системы на алгебре Ли $so(4)$, которая является аналогом классического интегрируемого случая Ковалевской в динамике твердого тела. Оказывается, что классический случай Ковалевской, заданный на алгебре Ли $e(3)$, можно включить в однопараметрическое семейство интегрируемых систем, заданных на пучке алгебр Ли $so(4) - e(3) - so(3,1)$ (см., например, [1], [3]).

Топология классического случая Ковалевской исследовалась многими авторами с различных точек зрения. В частности, для этого случая были построены бифуркационные диаграммы отображения момента и описаны особенности системы (см., например, [2]). Случай алгебры Ли $so(4)$ особенно интересен, поскольку орбиты коприсоединенного представления в этом случае компактны, и соответствующая интегрируемая система имеет некоторые новые топологические свойства по сравнению с классической.

В докладе будут описаны бифуркационные диаграммы отображения момента для случаев Ковалевской на алгебрах ли $e(3)$ и $so(4)$, а также рассказано о том, как эти бифуркационные диаграммы связаны между собой.

Литература

1. Борисов А.В., Мамаев И.С. Современные методы теории интегрируемых систем. Москва; Ижевск, 2003.

2. Харламов М.П. Топологический анализ интегрируемых задач динамики твердого тела. Л., 1988.

3. Komarov I.V., Sokolov V.V. and Tsiganov A.V. Poisson maps and integrable deformations of the Kowalevski top // Journal of Physics A-Mathematical and General, 2003, T. 36 29, 1-14

Секция «Математика и механика»

Геометрические аспекты деформации умножения на целочисленных решетках

Царёв Станислав Юрьевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: stas330@mail.ru

В данной работе исследуется частный случай структуры группы на подмножествах целочисленной решетки $\mathbb{Z}^n$ при помощи конструкции деформации умножения, описанной в работе [1].

Для группы G с правым действием на множестве V строится полугруппа с единицей G^V функций из V в G с умножением $\phi_2 * \phi_1(v) = \phi_2(v)\phi_1(v\phi_2(v))$. Пусть W - линейное пространство, тогда имеет место следующая Лемма

Лемма. Любое представление $\rho\colon G \to GL(W)$ группы G в пространство $GL(W)$ можно продолжить до гомоморфизма $\rho_\alpha\colon G^V_\alpha \to L(W^V)$ по следующей схеме: для $\phi\colon V \to G$ и $f\colon V \to W$ положим

$$\rho_\alpha(\phi)(f)(v) = \rho(\phi(v))f(v\phi(v)).$$

В работе в качестве группы G берется группа $\mathbb{Z}$, конечное множество V состоит из n элементом и единичный элемент действует на V как циклическая перестановка, $W \cong \mathbb{R}$, линейное представление зададим следующим образом $\rho(m) = \beta^m$, где $\beta > 0$ и произвольно. Когда V - конечное множество, а W - конечномерное пространство, подмножество $\rho_\alpha^{-1}(GL(W^V)) \subset G^V$ будет группой с операцией умножения, индуцированной из G^V.

Даетcя геометрическая реализация этих групп в объемлющем пространстве, а для случаев $n = 3$ и $n = 4$ найдены образующие группы и соотношения на них.

Литература

1. V. M. Buchstaber, “Semigroups of maps into groups, operator doubles, and complex cobordisms”, Topics in topology and mathematical physics, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, 170, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1995, 9–31.

2. Гарбер, А. И., Поярков, А.П. (2006), “О перестановочных многогранниках”, Вестник МГУ, серия 1 (no.2): 3-8.

Секция «Математика и механика»

Rfd-свойство для амальгам коммутативных c*-алгебр

Корчагин Антон Игоревич
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: a_i_korchagin@mail.ru

Фундаментальные результаты Гельфанда и Наймарка 1943 года позволили отождествить понятия C^*-алгебы и подалгебры операторов: иными словами представления C^*-алгебры хранят о ней полную информацию. Вполне разумным было выделение специального класса C^*-алгебр, называемых RFD-алгебрами, полная информация о которых содержится в конечномерных представлениях, что на формальном языке выражается формулой:

$$\|a\| = \sup_{\substack{\varphi-\text{конечномерное}\\ \text{представление}}} \|\varphi(a)\|$$

или (что тоже самое) возможно вложение алгебры в произведение матричных алгебр:

$$\mathcal{M} \hookrightarrow \prod_k \mathbb{M}_{n_k}(\mathbb{C})$$

Согласитесь, что приятно изучать богатый класс алгебр, не уходя далеко за границы конечномерных пространств.

На докладе предполагается обсудить RFD-свойство для амальгам коммутативных C^*-алгебр. (заинтересовавшимся этой тематикой советую посмотреть статью [1]). Амальгамированное произведение, знакомое нам для групп из Теоремы Ван-Кампена, в алгебраической теории приобретает таинственный ореол и может восприниматься либо как абстрактный универсальный объект, либо как далеко идущее обощение тензорного произведения. Есть даже удивительный пример амальгамы конечномерных некоммутативных алгебр, лишённой RFD-свойства.

Доказательство использует редукцию к давно доказанному частному случаю, когда общая подалгебра одномерна; а также изобилие инвариантных пространств, найденных в рассматриваемых амальгамах.

Литература

1. Qihui Li, Junhao Shen *Unital Full Amalgamated Free Products of MF Algebras* June 15, 2010, arXiv:1006.2447v1

Секция «Математика и механика»

Топология гамильтоново-минимальных лагранжевых подмногообразий.

Котельский Артем Всеволодович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: artofkot@gmail.com

В совместной работе А.Миронова и Т.Панова "Пересечения квадрик, момент-угол-многообразия и гамильтоново-минимальные лагранжевы вложения"описана конструкция, с помощью которой по невырожденному вещественному момент-угол-многообразию R (невырожденному пересечению n квадрик вида $a_{i1}x_1^2 + \cdots + a_{im}x_m^2 = a_i$) строится многообразие N, которое Н-минимально лагранжево вкладывается в C^m со стандартной симплектической формой. Оно является тотальным пространством двух расслоений с базой T^{m-n} и слоем R и базой R/D_Γ со слоем T^{m-n} (D_Γ - инволюции на R, возникающие в процессе конструкции N). Мы изучаем топологию многообразий N, соответствующих двум или трём квадрикам. В случае двух квадрик возникает ещё одно расслоение, где базой и слоем являются многообразия N, соответствующие одной квадрике. Показано, что это расслоение бывает как тривиально, так и нетривиально. В случае $n = 3$ показано, что N является тотальным пространством нетривиального расслоения над T^3 со слоем риманова поверхность рода пять.

Литература

1. А.Е. Миронов, Т.Е. Панов. Пересечения квадрик, момент-угол-многообразия и гамильтоново-минимальные лагранжевы вложения. arXiv:1103.4970

2. А.Е.Миронов. О новых примерах гамильтоново-минимальных и минимальных лагранжевых подмногообразиях в Cn и CPn. Матем. сборник. 2004. Т. 195, N 1. С. 89-102.

3. Бухштабер В.М., Панов Т.Е. Торические действия в топологии и комбинаторике. 2004 год.

Секция «Математика и механика»

Исследование фукции Грина 2-мерной эллиптической дискретизации оператора Шредингера

Бурангулов Павел Александрович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: buranneo@gmail.com

Одна из известных задач математической физики — задача о рассеянии асимтотичесоки свободной частицы на локализированном потенциале. Условно ее можно разделить на две части — прямую и обратную задачи. Прямая задача состоит в вычислении амплитуд или сечений рассеяния в предположении, что потенциал известен, обратная — в востановлении неизвестного потенциала по известным данным рассеяния.

В 70 годах появился метод обратной задачи, что дало толчок развитию теории рассеяния. Не маловажный подход к задаче рассеяния заключается в исследовании дискретизаций уравнений в частных производных. Работа представляет собой первый шаг в решении задачи рассеяния интегрируемой эллиптической дискретизаци 2-мерного потенциального оператора Шредингера, найденной в работе A. Doliwa, P. Grinevich, M. Nieszporski, P.M. Santini [2], при одной энергии в классе убывающих потенциалов методом $\bar{\partial}$ проблемы по аналогии с работой М.Абловитца, Д.Бар Якова и А.Фокаса [1]. Конкретно, в работе параметризована спектральная кривая при всех энергиях и найдена $\bar{\partial}$ производная функции Грина рассматриваемого дискретного оператора в простом случае, аналогичном случаю отрицательной энергии для непрерывного Шредингера. Так же найдена ассимптотика функции Грина на бесконечности.

Литература

1. M.J.Ablowitz, D.Bar Yaakov, A.S.Fokas, *On the inverse scattering of the time dependent Schrödinger equation and the associated Kadomtsev-Petviashvili equation*, — Stud. in applied math (Journal of Mathematics and Phisics), 69:2 (1983), 135-143

2. A. Doliwa, P. Grinevich, M. Nieszporski, P.M. Santini, *Integrable lattices and their sub-lattices: from the discrete Moutard (discrete Cauchy-Riemann) 4-point equation to the self-adjoint 5-point scheme* — 2004

3. П.Г.Гриневич, *Преобразование рассеяния для двумерного оператора Шрёдингера с убывающем на бесконечности потенциалом при фиксированной ненулевой энергии.*— М., Успехи Математических Наук, 2000

Слова благодарности

Выражаю благодарность Гриневичу Петру Георгиевичу, на основе докторской диссертации которого были получены основные результаты работы.

Секция «Математика и механика»

Некоторые классы расслоенных узлов

Разумовский Роман Валентинович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: razumovskymail@mail.ru

В докладе будут представлены два новых класса зацеплений, задаваемых при помощи прямоугольных диаграмм, и доказана их расслоенность.

Первая серия характеризуется тем, что у каждого зацепления половина вершин диаграммы лежит на его диагонали - мы будем называть такие зацепления диагональными. Этот класс является расширением класса лоренцевых зацеплений, введенных J.Birman и R.F.Williams.

Вторая серия характеризуется тем, что диаграммы этих узлов сложности n инварианты относительно действия Z_n циклическими сдвигами по модулю n на вектор (p, q) для p и q взаимно простых с n.

Литература

1. Ivan Dynnikov. Arc-presentations of links. Monotonic simplification. Fund. Math., 190 (2006), 29–76.
2. Ciprian Manolescu, Peter Ozsvath, Sucharit Sarkar. A combinatorial description of knot Floer homology. Annals of Mathematics, 169 (2009), 633-660.
3. Peter Ozsvath and Zoltan Szabo. Holomorphic disks and genus bounds. Geometry and Topology, 8(2004), 311–334.
4. Y. Ni. Knot Floer homology detects fibred knots. Inventiones Mathematicae, 177(2009), no. 1, 235-238.
5. Roman Razumovsky. Grid Diagrams of Lorenz links. Journal of Knot Theory and Its Ramifications, 19(2010), 843-847.
6. Joan Birman, R.F. Williams. Knotted periodic orbits in dynamical systems. I. Lorenz's equations. Topology, 22(1983), no.1, 47–82.
7. Joan Birman, Ilya Kofman. A new twist on Lorenz links. Journal of Topology, 2(2009), 227-248.
8. John Stallings. On fibering certain 3-manifolds. Topology of 3-manifolds, 95-109. Prentice-Hall. New Jersey (1962).
9. S. Baader. Scissor equivalence for torus links. Arxiv: 1011.0876.

Подписано в печать 05.04.2012
Отпечатано в Лаборатории геометрических методов математической физики
Механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова
Москва, 119991, Ленинские горы, д.1